PRILOG PROJEKTOVANJA GASNIH DISTRIBUCIONIH MREŽA

Mr Dejan Brkić, dipl. inž. rudarstva
Rudarsko geološki fakultet, Beograd

Akcenat se daje određivanju odgovarajućeg koeficijenta trenja i odabiru reprezentativne jednačine za protok prirodnog gasa u uslovima koji vladaju u mreži. U ovom je prikazan metod za hidrauličko rešenje gasne cevodne mreže sa prstenovima. Neodgovarajuća upotreba koeficijenta trenja, podjednako kao i upotreba neodgovarajuće jednačine za protok gasa može dovesti do netačnih konačnih rezultata. Uzrok ovih odstupanja je istražen na primeru, tako da se ovde daje poboljšana i tačnija procedura proračuna.

Ključne reči: Prirodni gas, Distribucija, Cevna mreža, Koeficijent trenja, Hidraulički otpor

DESIGN OF GAS NETWORKS PROBLEM FROM PRACTICE

Accent is on determination of appropriate friction factor, and on selection of representative equation for natural gas flow under presented conditions in the network. In this paper is shown method for the hydraulic solution of a looped gas-pipeline networks for valuable condition in the network. Inappropriate usage of friction factor, equally as inappropriate usage of gas flow equation can lead to inaccurate final results. Causes for these deviations are investigated in one real case, and improved and more accurate procedure is shown.

Keywords: Natural gas, Distribution, Pipeline network, Friction factor, Hydraulics resistance

UVOD

Kada gas protiče kroz cevovod, on se širi u smeru nižeg pritiska i pri tome obično smanjuje svoju gustinu. Međutim jednačina kojom se proračunava količina gasa koji protiče pod određenim uslovima koji vladaju u cevovodu podrazumeva konstantnu gustinu fluida u cevima. Ova pretpostavka je primenljiva samo u slučaju protoka nestišljivih fluida, a pod ovim se uglavnom smatraju tečnosti. Ovakav opis tečenja fluida kroz cevovod odgovara vodovodnim sistemima u gradovima (ili tečenju nekih drugih tečnosti kroz cevi, kao što je npr. nafta). U slučaju malih padova pritisaka kakvi vladaju u tipičnoj gasnoj distributivnoj mreži, prirodni gas može da se posmatra kao nestišljiv fluid. Ipak, čak i pod ovom pretpostavkom jednačina protoka koja se koristi za vodu ili sirovu naftu ne može biti doslovno primenjena u slučaju protoka prirodnog gasa. Potrošnja gasa u svetu je u značajnom porastu u današnje vreme i stoga se ubrzano razvijaju nove jednačine koje nalaze svoje mesto u inženjerskoj praksi i koje tačnije opisuju protoke i padove pritisaka koji se javljaju u pojedinim režimima rada distributivnih mreža.

Ovaj rad se odnosi na problem tačnog određivanja hidrauličkog otpora u cevima koje se koriste za izradu gasnih distributivnih mreža u gradovima i obrađuje neke praktične zahteve koji se postavljaju pred inženjera projektanta zaduženog za projektovanje i/ili analizu ovakvih sistema. Rad je namenjen prvenstveno onim inženjerima voljnim da valjano razumeju i samim tim uspešno tumače i interpretiraju rezultate proračuna. Želja je da se da doprinos donošenju dobrih inženjerskih odluka zasnovanih na činjenicama, a ne na pukoj primeni gotovih programskih paketa [1].

Svaka cev u mreži je spojena sa drugim cevima preko tzv. čvorova koji se nalaze na njenim kra-

Kontakt: Mr Dejan Brkić, dipl. inž.
Rudarsko geološki fakultet u Beogradu
Đušina 7, 11000 Beograd
E-mail: dejanrgf@rcub.bg.ac.yu

jevima. U cevnom sistemu koji gradi mrežu, cevi su praktično kanali koji služe da sprovedu fluid sa jednog mesta na drugo. Pod fizičkim karakteristikama cevi se podrazumevaju njihove dužine, unutrašnji prečnici, koeficijenti hrapavosti, gubici u fitinzima, itd. Koeficijent hrapavosti cevi zavisi prvenstveno od materijala od koga je cev napravljena i njene starosti. Kada fluid protiče kroz cev, njegova energija se troši između ostalog i na savladavanje otpora koji se javlja između fluida u pokretu i unutrašnje površine cevi koja se ne kreće, a koju fluid teži da pokrene i po zakonu inercije povuče sa sobom. Ovaj gubitak koji odlazi na trenje preovladava prilikom toka fluida i on je u funkciji količine fluida, dužine cevi, prečnika i koeficijenta hrapavosti. Ovaj rad se bavi optimizacijom prilikom projektovanja gasnih mreža sa prstenovima, konkretno je prikazan primer proračuna mreže u Kragujevcu. Rezultati proračuna gasne mreže u Kragujevcu su dostupni stručnoj javnosti pošto su objavljeni u radu Manojlović et al. (1994) u časopisu 'Applied Energy' [2]. U tom radu je za proračun protoka korišćena Darcy-Weisbach formula [3] uz korišćenje koeficijenta otpora koji je razvio Schifrison [4]. U sadašnjoj inženjerskoj praksi u Srbiji se više koristi Renouard-ova [5, 6] jednačina. Ova jednačina se široko koristi i u Francuskoj, Španiji, Portugalu, itd. Prednost upotrebe ove ili sličnih jednačina će biti izložena u daljem tekstu. Prethodni proračun [2] gasne mreže Kragujevca iz 1994. godine je vrlo sličan proračunu vodovodnih sistema u gradovima [7-9], tako da se stoga javljaju određana odstupanja u odnosu na sadašnju praksu proračuna gasnih mreža. Autoru ovih redova nije poznato da li je gasna mreža u Kragujevcu izvedena na osnovu proračuna prikazanog u radu Manojlović et al. [2], tako da je ovaj rad čisto teoretske prirode. Autor nema ni najmanju želju da ospori doprinose pomenutog i visoocenjenog rada [2], već samo želi da ukaže na kakve sve probleme inženjeri mogu da naiđu, a na koje je i sam autor nailazio tokom svog naučno-istraživačkog rada obavljenog kao deo istraživanja koje će biti uključeno u doktorsku disertaciju autora ovih redova. Autor je svestan da je i sam pravio previde u i da je u nekim svojim radovima mogao izabrati i prikladnije jednačine [10-13]. Ovaj problem je naizgled prost, ali ipak traži od inženjera dodatno razmatranje prilikom svakog pojedinačnog proračuna mreže.

Rad se oslanja na rad Hardy Cross-a (1936) [14] na polju analize protoka u mrežama, sa poboljšanjima metoda prikazanim u radu Epp-a i Fowler-a (1970) [15] koji se odnosi na vodovodne sisteme i koji se isto bavi prstenastim mrežama, odnosno na rešenju jednačina kontura (modifikovani Hardy Cross metod). Epp and Fowler [15] su koristili Newton-Raphson metod da linearizuju nelinearnu jednačininu koja se odnosi na energiju i masu čime su složeni sistem nelinearnih jednačina uspeli na reše istovremeno simultano (za sve konture) koristeći iterativni postupak. Originalnim Hardy Cross [14] metodom ovaj sistem se rešavao postepeno (sukcesivno) u takođe iterativnom postupku. Konačan rezultat posle iterativnog postupka za oba metoda je isti samo je razlika u broju potrebnih iteracija; primenom Epp and Fowler metoda [15] postupak znatno brže konvergira ka svom rešenju. Oba metoda su u ovom radu prilagođena proračunu gasnih mreža [16-18]. Tema ovog rada je takođe i problem turbulentnog, odnosno parcijalno turbulentnog protoka u glatkim i hrapavim cevima, uključujući koeficijente trenja i režime tečenja koje su istraživali Reynolds [19], Blasius [20, 21], Nikuradze [22], Moody [23, 24], Colebrook [25], Colebrook i White [26], Altshul [27, 28], Shifrinson [4], Renouard [5, 6] i drugi. Ni u skorije vreme ovakva istraživanja nisu retka [29-38].

KOEFICIJENT OTPORA I JEDNAČINE

Gubici energije prilikom protoka fluida, odnosno gibici pritiska (padovi pritiska) zavise od oblika, veličine i hrapavosti kanala kroz koji fluid teče, brzine i viskoznosti fluida, dok naprotiv, ne zavisi od vrednosti apsolutnog pritiska koji vlada u fluidu. Eksperimenti pokazuju da pad pritiska proporcionalno odgovara približno kvadratu brzine fluida (1):

$$p_2 - p_1 = \lambda \cdot \frac{L}{D_{in}} \cdot \frac{v^2}{2} \cdot \rho \qquad (1)$$

Relacija (1) se naziva Darcy-Weisbach jednačinom [3], po imenu Henry Darcy-ja, francuskog inženjera iz XIX veka, i Julius Weisbach-a, nemačkog inženjera i naučnika iz istog doba. Weisbach je prvi predložio uvođenje bezdimenzionog koeficijenta otpora λ (u SAD se češće koristi Fanning-ov koeficijent f; gde je λ=4f), dok je Darcy izveo niz testova sa protokom vode u cevima. U daljem razvoju j-ne (1), brzina može biti zamenjena protokom (2):

$$p_2 - p_1 = \lambda \cdot \frac{L}{D_{in}^5} \cdot \frac{8 \cdot Q^2}{\pi^2} \cdot \rho = S_1 \cdot Q^2 \qquad (2)$$

Dalje, da bi se ustanovilo da li je protok laminaran ili turbulentan, neophodno je istražiti karakteristike protoka u oba režima, kako u laminarnom, tako i u turbulentnom. Reynolds [19] je utvrdio da početak turbulencije u cevi povezan sa jednim bezdimenzionim parametrom koji je njemu u čast nazvan Rejnoldsov broj (3):

$$Re = \frac{v \cdot D_{in} \cdot \rho}{\eta} = \frac{v \cdot D_{in}}{\mu} \qquad (3)$$

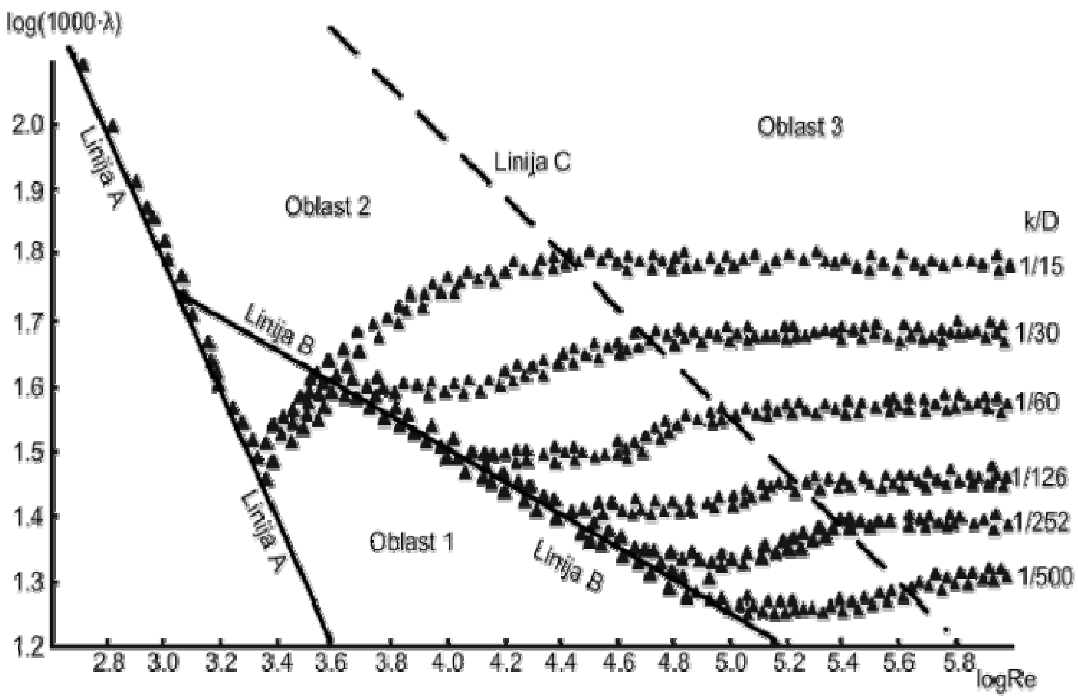
U našem slučaju, pretpostavljajući da je dinamička viskoznost gasa $1{,}0758 \cdot 10^{-5}$ Pas, tipična za prirodni gas, Rejnoldsov broj može da se izračuna kao: $Re = 145158.7 \cdot Q_0 \cdot \rho \cdot D^{-1}$ (gustina prirodnog gasa je uzeta iz rada Manojlović et al. [2] kao 1,09 kg/m^3, odnosno relativna gustina je tada 0,84 dok bi za prirodni gas u sistemu Srbije ovu vrednost pre trebalo uzeti kao 0,64).

Režim protoka se u opštem slučaju menja od laminarnog u turbulentni pri okvirnoj vrednosti Reynoldsovog broja oko 2100 (ili više pod posebnim okolnostima). Za laminarni tok (videti liniju A na slici 1 i 2), koeficijent otpora je dat relacijom (4):

$$\lambda = \frac{64}{Re} \qquad (4)$$

Ova relacija (4) je poznata kao Hagen-Poiseuille jednačina.

Pri turbulentnom toku u glatkim cevima, hidraulički gubici zavise samo od Reynoldsovog broja. Ovo je oblast tzv. parcijalnog ili delimično turbulentnog režima (videti liniju B na slici 1 i 2). U hrapavim cevima, ipak hidraulički gubici zavise pored vrednosti Reynoldsovog broja i od relativne hrapavosti unutrašnje površine cevi. Važno je zapaziti da apsolutna hrapavost (k) ne utiče na hidrauličke gubitke podjednako u cevi malog i velikog unutrašnjeg prečnika. Naime, uticaj hrapavosti na ove gubitke pritiska se može najbolje izraziti uvođenjem pojma relativne hrapavosti (k/D). Tako se dalje izvodi zaključak, da u hrapavim cevima hidraulički otpori zavise kako od Reynoldsovog broja, tako i od odnosa relativne hrapavosti (k/D): tj. λ=f(Re; k/D). Zajednički efekat ova dva parametra na otpor tečenja fluida u cevi je prikazan na slici 1 (oblast 2). Ovaj dijagram je dobijen na osnovu radova i eksperimenata Nikuradse-a [22] i Moody-ja [23, 24]. Oblast 1 na slici 1 je oblast nestabilnog toka i ona treba da se izbegava u tehničkim sistemima. U oblasti 3 na slici 1, otpori zavise samo od relativne hrapavosti; λ=f(k/D), i to je oblast potpunog turbulentnog strujanja.



Slika 1. Koeficijent trenja (λ) u funkciji Reynoldsovog broja (Re) pri različitim hrapavostima cevi

Nagnuta linija B na slikama 1 i 2 odgovara zakonima tečenja za hidraulički glatke cevi (5). Jednačina (4) koja je predstavljena linijom A i jednačina (5) koja je predstavljena linijom B, su prave linije u prilagođenom koordinatnom sistemu tako da je linija

A- log(1000·λ)=log64000-logRe, a linija

B- log(1000·λ)=log316.4-0.25·logRe.

$$\lambda = \frac{0.3164}{\sqrt[4]{\mathrm{Re}}} \tag{5}$$

Linije definisane trouglstim markerima na slici 1 su karakteristične krive za cevi sa različitim relativnim hrapavostima (k/D).

Iz prethodnog, sledeći zaključci mogu biti izvedeni na osnovu slike 1:

1. Pri laminarnom toku, hrapavost nema uticaja na hidrulički otpor. Krive za cevi sa različitim vrednostima relativnih hrapavosti se praktično sve poklapaju sa linijom A na slici 1 koja je predstavljena relacijom (4).

2. Kritični Reynoldsov broj praktično ne zavisi od relativne hrapavosti. Krive definisane trouglastim markerima (6) na slici 1 se sve odvajaju od prave A pri otprilike istoj vrednosti Reynoldsovog broja (ovo je nestabilna ili prelazna oblast; oblast 1 na slici 1):

$$\lambda = 0.0025 \cdot \sqrt[3]{\mathrm{Re}} \tag{6}$$

3. Pri turbulentnom toku, kada su vrednosti Reynoldsovog broja još uvek male, relativna hrapavost (k/D) praktično ne utiče na otpor tečenju. Linije označene trouglastim markerom na slikama 1 i 2 se poklapaju sa linijom B i odgovaraju Blasiusovom obrascu (5). Slične obrasce su razvili Konakov (7) -preuzeto iz [29]; i Renouard [5, 6] (8):

$$\lambda = \left(1.8 \cdot \log \mathrm{Re} - 1.5\right)^{-2} \tag{7}$$

$$\lambda = 0.172 \cdot \mathrm{Re}^{-0.18} \tag{8}$$

4. Dalje, kako vrednost Reynoldsovog broja raste, uticaj relativne hrapavosti počinje da se ispoljava i krive definisane trouglastim markerima na slici 1 počinju da se postepeno odvajaju od prave linije B, kojom opisuje tok u glatkim cevima (oblast 2 na slici 1). Obrazac Altshul (9) [27] i Colebrook-a i White-a (10) [25, 26] dobro opisuju protok u ovoj oblasti tzv. delimično ili parcijalno turbulentnog režima:

$$\lambda = 0.1 \cdot \left(\frac{1.46 \cdot k}{D_{in}} + \frac{100}{\mathrm{Re}}\right)^{\frac{1}{4}} = 0.11 \cdot \left(\frac{k}{D_{in}} + \frac{68}{\mathrm{Re}}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{9}$$

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log\left(\frac{2.51}{\mathrm{Re} \cdot \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3.71 \cdot D_{in}}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{k}{3.7 \cdot D_{in}} + \frac{5.74}{\mathrm{Re}^{0.9}}\right)\right]^2} \tag{10}$$

Treba primetiti da je obrazac Altshul (9) [27] dat u eksplicitnom obliku, dok je obrazac Colebrook-a i White-a (10) [25, 26] dat u implicitnom obliku. I u današnje vreme nisu retki istraživači koji pokušavaju da daju što bolji izraz ove relacije u eksplicitnom obliku. Swamee i Jain [30] su 1976. godine izrazili jednačinu Coolebrok-a u eksplicitnom obliku. Eksplicitne jednačine za ovu zonu su razvili još i Chen [31] (1979), Round [32] (1980), Romeo et al. [33] (2002) i drugi.

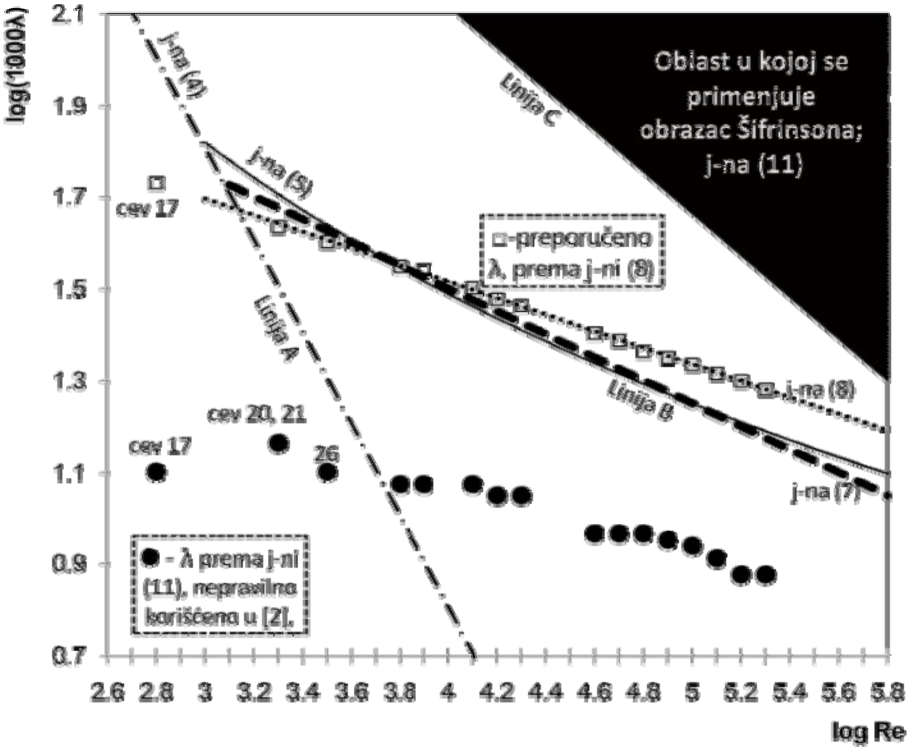
5. Naposletku, pri visokim vrednostima Reynoldsovog broja, otpor više ne zavisi od Reynoldsovog broja već je samo u funkciji relativne hrapavosti (k/D), tj. otpor postaje konstantan za zadatu relativnu hrapavost bez obzira na promenu Reynoldsovog broja. Ovo odgovara horizontalnim delovima krivih obrazovanih marker trouglovima na slici 1 (oblast 3 sa slike 1 i oblast ofarbana crnom bojom na slici 2). Obrazac Shifrinson [4] (11) ili poseban Colebrookov obrazac [25, 26] (12) dobro opisuju ovu oblast potpuno turbulentnog strujanja:

$$\lambda = 0.11 \cdot \left(\frac{k}{D_{in}}\right)^{\frac{1}{4}} \tag{11}$$

Ovaj deo Colebrookovog obrazca (10) je dat i u osnovnom obliku u eksplicitnoj formi za oblast potpuno turbulentnog strujanja (12):

$$\lambda = 0.25 \cdot \log\left(\frac{3.71 \cdot D_{in}}{k}\right)^{-2} \tag{12}$$

Churchil [34] je 1977. godine objavio rad u kome je predložio relaciju koja bi davala zadovoljavajuće rezultate za sve režime.



Slika 2. Identifikacija problema na karakterističnom dijagramu (prema slici 1)

Kada se izabere odovarajući koeficijent trenja za uslove koji vladaju u cevovodu, treba ga uvrstiti u odgovarajuću jednačinu za protok gasa, odnosno za proračun pada pritiska. Tako se jednačina (1) može preurediti u jednačinu (13):

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{\rho} + \int_{1}^{2} \frac{\lambda \cdot v^2}{2 \cdot D_{in}} dL = 0 \qquad (13)$$

Gde su:

$$Q = \frac{Q_0 \cdot T \cdot z}{T_0 \cdot z_0} \qquad (14)$$

$$v = \frac{4 \cdot Q_0 \cdot p_0 \cdot T \cdot z}{D_{in}^2 \cdot \pi \cdot p \cdot T_0 \cdot z_0} \qquad (15)$$

$$\rho = \frac{p \cdot \rho_r}{z \cdot R \cdot T} \qquad (16)$$

Jednačina (13) sa smenama (14, 15 i 16) i nakon integracije može se napisati kao (17):

$$p_1^2 - p_2^2 = \frac{16 \cdot Q^2 \cdot \lambda \cdot T \cdot p_o \cdot z \cdot L \cdot \rho_r}{R \cdot \pi^2 \cdot T_o^2 \cdot D_{in}^5 \cdot z_o^2} \qquad (17)$$

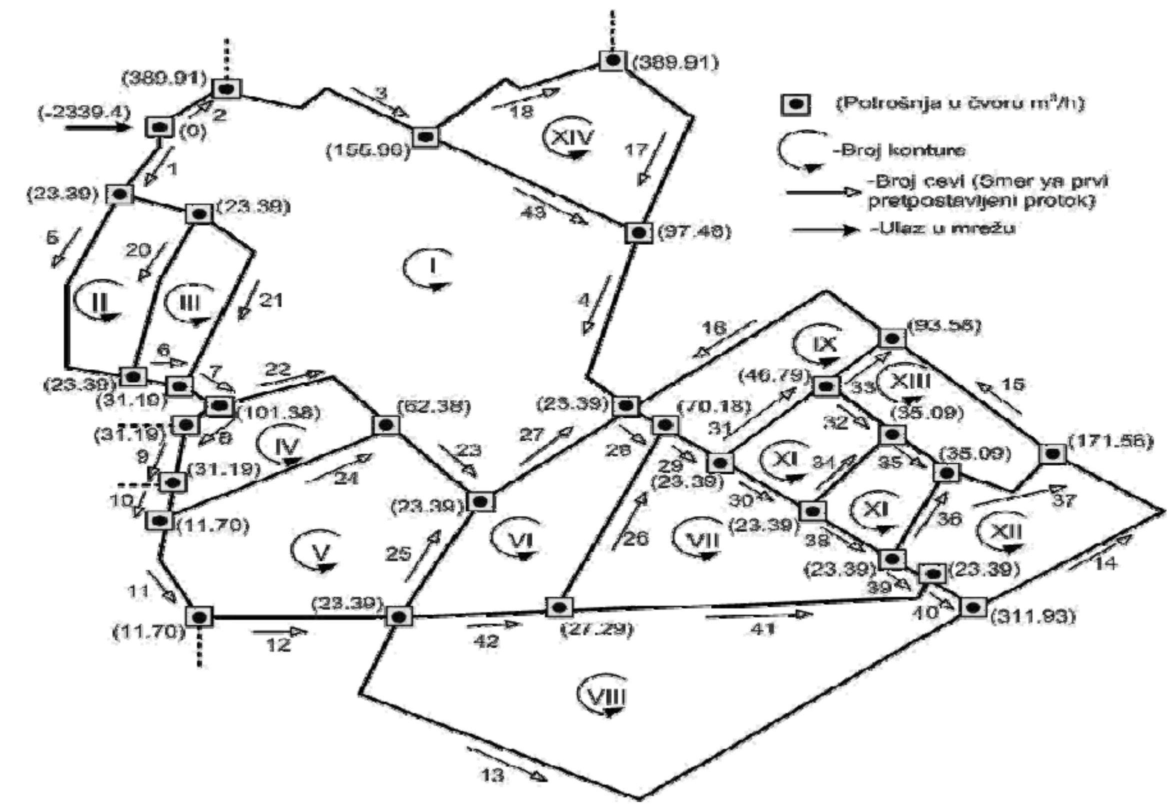
Sada, u jednačinu (17) može da se uključi i odgovarajući koeficijent trenja (λ). Ukoliko se odabere koeficijent trenja (λ) po Renouard-ovom obrascu (8), posle sređivanja (videti detalje u [5, 6, 35]) se dobija konačna jednačina (18):

$$p_2^2 - p_1^2 = 4810 \cdot \frac{\rho_r \cdot L \cdot Q_0^{1.82}}{D_{in}^{4.82}} = S_2 \cdot Q_0^{1.82} \qquad (18)$$

Jednačina (18) je primenljiva u slučajevima kada je Q [m^3/h]/D[mm]<150 (u našem slučaju je ova vrednost najviše 6), odnosno, to znači da je $Re<4 \cdot 10^6$ (u našem slučaju je najveća vrednost za Re procenjena do $2.003226 \cdot 10^5$). Ovde valja primetiti da je u Renouardovu jednačinu uključena konstantna vrednost za kinematski viskozitet gasa koja je procenjena na $\mu=2.2 \cdot 10^{-5}$ m^2/s, kao i da je pretpostavljeno da je temperatura koja vlada u cevovodu stalna, tj. 15 ºC. Ovo znači da je fiksiranjem kinematske viskoznosti i gustina gasa takođe donekle fiksirana i nepromenljiva. Posledica ovoga je da se Renoardova jednačina sme koristiti samo u slučajevima kada su mali padovi pritiska, odnosno kada se protok gasa posmatra kao da je nekompresibilan fluid u pitanju. Ovo nikako ne implicira da se za gasnu mrežu može koristiti računarski program koji služi za proračun gradskih vodovoda. Kinematska viskoznost gasa jako varira sa promenama pritiska.

POREĐENJE PRETHODNIH I NOVODOBIJENIH REZULTATA

Prema projektu za gasovodnu mrežu Kragujevca (mreža sa slike 3) prezentovanom u radu Manojlović et al. [2], koeficijent trenja je računat prema obrascu Shifrinson [4]; j-na (11). Hrapavost cevi je procenjena kao k = 0.007 mm [2]. Prema slici 1, najmanja vrednost za relativnu hrapavost k/D je 1/500=0.002, dok je prema [2] u opsegu od min. 0.000032 do max. 0.000455 (odnosno log Re je u opsegu od 2.8 do 5.3). Stoga, Shifrinsonova jednačina [4] (11) ne može da koristi u ovim uslovima (videti karakteristične tačke na slici 2, crni kružići). Za date uslove se može preporučiti neka od jednačina koja stoji u dobroj korelaciji sa linijom B sa slike 1, odnosno 2, tj. j-ne (5), (7) i (8). Posebno, Renouard-ova jednačina je u čestoj upotrebi u projektantskoj praksi Srbiji, Francuskoj, Portugalu [35], Španiji i mnogim drugim zemljama. Danas se za izgradnju gasovoda koriste najviše polietilenske cevi [36] prilikom izgradnje gasnih distributivnih mreža, a takve cevi su praktično glatke. Takođe, protok u cevi 17 je praktično laminaran, dok se obrazac Shifrinson-a primenljuje kada postoji izrazito turbulentan režim. Čak štaviše, primena obrasca Shifrinson-a [4] u uslovima gasne distributivne mreže implicira da režim protoka u cevima 17, 20, 21 i 26, pri maksimalnim proračunskim uslovima, pripada oblasti sublaminarnog (tj. podlaminarnog) strujanja. Naravno, jasno je da nikakva vrsta protoka ispod laminarnog ne postoji, tj. da karakteristične tačke za pojedine cevi ne mogu da egzistiraju u oblasti koja se nalazi levo od linije A na slikama 1 i 2. Primena obrasca Shifrinson-a [4] implicira da su protoci u svim ostalim cevima u nestabilnoj zoni (nestabilna zona je na slikama 1 i 2 između karakterističnih linija A i B). Cev 17 je već vrlo tanka (27.4 mm) a u režimu je laminarnog strujanja tako da ona može biti označena unapred kao potencijalno problematična prilikom eksploatacije mreže. Detaljan izveštaj u unutrašnjim hrapavostima različitih vrsta cevi je dostupan u Oil and Gas Journal, od 03.05.1965.



Slika 3. Gasna distributivna mreža Kragujevca

Na slici 3 je prikazan samo prstenasti deo gasne distributivne mreže Kragujevca [2]. Mreža se sastoji od 29 nezavisnih čvorova i 43 grane u prstenastom delu, 25 grana su zajedničke za dva prstena. Pretpostavljeni protoci su predstavljeni strelicama na slici 3 a rezultati proračuna sa novom jednačinom i uključenim novim koeficijentom trenja su upoređeni sa starim [2] i prikazani u Tabeli 1. Ograničenje brzine gasa je usvojeno je za tanke cevi prečnika do 90 mm ne veće od 6 m/s, a za deblje cevi do 225 mm ograničenje je 12 m/s. Napajanje mreže se vrši samo preko čvora 1 (2339,4 m^3/h). Kalkulacija je obavljena kako u prema originalnom Hardy Cross metodu [10, 14], tako i prema modifikovanoj verziji [15-18], kako uz korišćenje Schifrinson-ovog [4], tako i Renoard-ovog [5, 6, 35] koeficijenta trenja. U relaciju za korekciju prema Hardy Cross metodu (19) je ubačena relacija (2) koja se daje i radu Manojlović et al. [2], kao i ovde prezentovana relacija (18).

$$\Delta_j = -\frac{F(Q_i)_j^{(m-1)}}{\frac{\partial F(Q_i)_j}{\partial(\Delta Q_j)}\Big|_{Q^{(m-1)}}} = -\frac{\left(\sum S_i \cdot Q_i^n\right)_j^{(m-1)}}{\left(n \cdot \sum \left|S_i \cdot Q_i^{n-1}\right|\right)_j^{(m-1)}} \quad (19)$$

Ovaj obrazac (19), uz korišćenje relacija (2) i (11) koji su i korišćeni u proračunu iz 1994. godine [2], postaje (20):

$$\Delta_j = \frac{\sum \{S_{1i} \cdot Q_i^2\}_j}{\sum 2 \cdot \left|\{S_{1i} \cdot Q_i\}_j\right|} = \frac{\sum_i \left\{\frac{8 \cdot 0.11 \cdot \left(\frac{k}{D_{in}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot L_i \cdot Q_i^2}{\pi^2 \cdot D_i^5}\right\}_j}{2 \cdot \sum_i \left|\frac{8 \cdot 0.11 \cdot \left(\frac{k}{D_{in}}\right)^{\frac{1}{4}} \cdot L_i \cdot Q_i}{\pi^2 \cdot D_i^5}\right|_j} \quad (20)$$

Takođe, obrazac (19), uz korišćenje relacija (18) postaje (21):

$$\Delta_j = \frac{\sum \{S_{2i} \cdot Q_i^{1.82}\}_j}{\sum 2 \cdot \left|\{S_{2i} \cdot Q_i^{1.82-1}\}_j\right|} = \frac{\sum_i \left\{\frac{4810 \cdot \rho_r \cdot L_i \cdot Q_i^{1.82}}{\pi^2 \cdot D_i^5}\right\}_j}{1.82 \cdot \sum_i \left|\frac{4810 \cdot \rho_r \cdot L_i \cdot Q_i^{0.82}}{\pi^2 \cdot D_i^5}\right|_j} \quad (21)$$

Gore prikazane jednačine (19-21) su date u obliku kakav pogodnom za originalni Hardy Cross metod uzastopnih kalkulacija (successive calculation) iz 1936-te godine [14], dok su relacije korišćene u poboljšanom metodu (Newton-Raphson simultaneous solution), nešto složenije [15-18]. Oba metoda daju iste rezulate, ali posle različitog broja iteracija.

Vrednosti hidrauličkih otpora i padova pritisaka su upoređena u Tabeli 1 (hidraulički otpor S_1 [2], je sračunat prema obrascu Shifrinsona (1937) [4], dok je S_2 sračunat prema obrascu Renouarda [5, 6, 35]. Proračun mreže iz 1994. sa Shifrinsonovim obrascem (1937) [4] je ponovljen i prikazan u Tabeli 1. Padovi pritisaka su dati u koloni označenoj sa '*' i 'I'. Početni pretpostavljeni raspored protoka koji je u skladu sa prvim Kirhofovim zakonom je prikazan u Tabeli 2 (označen kao b). Rezulat koji je prezentovan u radu Manojlović et al. [2] je dobijen posle 146 iteracija kada se primenjuje originalni Hardy Cross (1936) metod [14] a posle samo 2 iteracije uz korišćene poboljšanog metoda [18]. Isti proračun je urađen korišćenjem Renouradove formule [5, 6, 35] za proračun padova pritisaka - Tabela 1; kolona 'II'; (21) i za protoke (Tabela 2; kolona 'II'). Rezulati označeni kao 'II' u obe tabele se preporučuju. Odstupanja vrednosti protoka nisu značajna, dok su vrednosti padova pritisaka značajno različiti.

Smer protoka u grani 15 i 16 (i u grani 17 pri upotrebi obrasca Shifrinsona) su suprotni od onih prikazanih na slici 3 (stvarni protoci su suprotni od smera prvih pretpostavljenih protoka).

Neadekvatna upotreba faktora otpora u cevima ne dovodi do vidljivih odstupanja pri proračunu protoka (Tabela 2), ali pri proračunu padova pritisaka greške koje mogu da se jave su značajne (Tabela 1). Korektni rezultati za protoke mogu da se dobiju i unošenjem Renoardovog koeficijenta otpora u j-nu (2) čime se dobija izraz (22), ali se i tada dobijaju manje vrednosti za padove pritisaka od očekivanih; kao da je u pitanju proračun vodovodne mreže.

$$\Delta_j = \frac{\sum \{S_{1i} \cdot Q_i^2\}_j}{\sum 2 \cdot \left|\{S_{1i} \cdot Q_i\}_j\right|} = \frac{\sum_i \left\{\frac{8 \cdot 0.172 \cdot Re^{-0.18} \cdot L_i \cdot Q_i^2}{\pi^2 \cdot D_i^5}\right\}_j}{2 \cdot \sum_i \left|\frac{8 \cdot 0.172 \cdot Re^{-0.18} \cdot L_i \cdot Q_i}{\pi^2 \cdot D_i^5}\right|_j} \quad (22)$$

Na kraju, na slici 4 se daje grafički prikaz kretanja vrednosti proračunatog pada pritiska tokom iterativnog postupka po preporučenoj jednačini za npr. konturu VII mreže prikazane na slici 3. Ova slika je dobra za poređenje originalnog Hardy Cross metoda uzastopnih kalkulacija (successive calculation) iz 1936-te godine [14] prema poboljšanom metodu (Newton-Raphson simultaneous solution) [18]. Isti zaključci se mogu izvesti ako se posmatraju ostale konture mreže sa slike 3, bilo da se posmatraju padovi pritisaka što je uslov po drugom Kirhofovom zakonu, bilo da se posmatraju vrednosti popravnih protoka Δj koji se takođe mogu uzeti kao pokazatelj uravnoteženosti mreže.

Tabela 1: Poređenje dobijenih rezultata (hidraulički otpori i padovi pritisaka)

Cev			Reynoldsov broj Re	hidraulički otpor		Padovi pritisaka (Pa)		
	D (mm)	L (m)		S_1 * (2)	S_2 (18)	[a]* (20)	[b]I (20)	[c]II (21)
						prema S_1		prema S_2
1	220.4	84	$1.59\cdot10^5$	$1.071\cdot10^3$	$4.97\cdot10^8$	93.54	89.29	7176
2	220.4	72	$2.00\cdot10^5$	$9.183\cdot10^2$	$4.26\cdot10^8$	115.30	119.75	8190
3	198.2	170	$1.56\cdot10^5$	$3.786\cdot10^3$	$1.68\cdot10^9$	229.18	241.98	11762
4	109.8	206	$8.34\cdot10^4$	$1.019\cdot10^5$	$3.50\cdot10^{10}$	464.04	559.74	17742
5	198.2	224	$1.69\cdot10^5$	$4.988\cdot10^3$	$2.21\cdot10^9$	396.32	377.57	14486
6	198.2	37	$1.65\cdot10^5$	$8.239\cdot10^2$	$3.65\cdot10^8$	62.59	59.58	5767
7	198.2	30	$1.60\cdot10^5$	$6.681\cdot10^2$	$2.96\cdot10^8$	47.75	45.35	5044
8	176.2	35	$1.05\cdot10^5$	$1.446\cdot10^3$	$6.09\cdot10^8$	35.87	33.83	4423
9	176.2	64	$9.86\cdot10^4$	$2.643\cdot10^3$	$1.11\cdot10^9$	58.57	55.06	5668
10	158.6	34	$1.03\cdot10^5$	$2.440\cdot10^3$	$9.83\cdot10^8$	47.95	44.91	5028
11	158.6	119	$9.28\cdot10^4$	$8.540\cdot10^3$	$3.44\cdot10^9$	136.07	127.38	8562
12	158.6	154	$9.03\cdot10^4$	$1.105\cdot10^4$	$4.45\cdot10^9$	167.14	156.19	9501
13	44.0	639	$1.65\cdot10^4$	$3.845\cdot10^7$	$8.92\cdot10^{12}$	1658.30	1450.32	28159
14	35.2	268	$6.60\cdot10^3$	$5.203\cdot10^7$	$1.10\cdot10^{13}$	504.30	205.66	11081
15	35.2	164	$7.24\cdot10^3$	$3.184\cdot10^7$	$6.71\cdot10^{12}$	337.89	119.42	9437
16	44.0	276	$1.95\cdot10^4$	$1.661\cdot10^7$	$3.85\cdot10^{12}$	962.57	854.72	21596
17	27.4	363	$6.44\cdot10^2$	$2.625\cdot10^8$	$4.97\cdot10^{13}$	66.27	2.17	2261
18	123.4	175	$1.07\cdot10^5$	$4.689\cdot10^4$	$1.70\cdot10^{10}$	545.01	549.19	17248
19	44.0	52	$1.95\cdot10^4$	$3.129\cdot10^6$	$7.26\cdot10^{11}$	158.87	157.02	9394
20	15.4	177	$2.11\cdot10^3$	$2.636\cdot10^9$	$3.90\cdot10^{14}$	156.13	220.56	14473
21	15.4	212	$2.18\cdot10^3$	$3.157\cdot10^9$	$4.67\cdot10^{14}$	465.91	280.14	9427
22	109.8	161	$8.91\cdot10^4$	$7.964\cdot10^4$	$2.74\cdot10^{10}$	531.01	502.05	16666
23	123.4	108	$7.20\cdot10^4$	$2.894\cdot10^4$	$1.05\cdot10^{10}$	162.96	151.49	9431
24	55.4	194	$2.18\cdot10^4$	$3.482\cdot10^6$	$8.92\cdot10^{11}$	399.83	368.24	14170
25	96.8	135	$5.17\cdot10^4$	$1.294\cdot10^5$	$4.22\cdot10^{10}$	228.49	236.17	11232
26	27.4	215	$3.32\cdot10^3$	$1.555\cdot10^8$	$2.94\cdot10^{13}$	74.44	104.18	7739
27	141.0	155	$9.29\cdot10^4$	$2.063\cdot10^4$	$7.90\cdot10^9$	252.12	243.14	11665
28	158.6	34	$1.30\cdot10^5$	$2.440\cdot10^3$	$9.83\cdot10^8$	65.45	69.70	6214
29	158.6	48	$1.15\cdot10^5$	$1.112\cdot10^4$	$4.48\cdot10^9$	72.40	251.40	11921
30	123.4	86	$1.03\cdot10^5$	$2.305\cdot10^4$	$8.33\cdot10^9$	222.90	254.36	11701
31	96.8	115	$4.92\cdot10^4$	$1.102\cdot10^5$	$3.59\cdot10^{10}$	177.56	165.81	9906
32	35.2	75	$1.73\cdot10^4$	$1.456\cdot10^7$	$3.07\cdot10^{12}$	440.09	368.21	14126
33	55.4	70	$4.63\cdot10^4$	$1.257\cdot10^6$	$3.22\cdot10^{11}$	588.30	541.36	16901
34	96.8	102	$6.89\cdot10^4$	$9.778\cdot10^4$	$3.18\cdot10^{10}$	256.26	291.81	12679
35	96.8	52	$6.29\cdot10^4$	$4.985\cdot10^4$	$1.62\cdot10^{10}$	109.85	124.18	8335
36	35.2	104	$1.20\cdot10^4$	$2.019\cdot10^7$	$4.26\cdot10^{12}$	337.54	256.88	11881
37	96.8	101	$5.50\cdot10^4$	$9.682\cdot10^4$	$3.15\cdot10^{10}$	165.02	185.16	10278
38	96.8	86	$5.47\cdot10^4$	$8.244\cdot10^4$	$2.69\cdot10^{10}$	136.26	159.11	9438
39	96.8	37	$4.22\cdot10^4$	$3.547\cdot10^4$	$1.16\cdot10^{10}$	32.07	40.68	4885
40	96.8	30	$1.04\cdot10^5$	$2.876\cdot10^4$	$9.37\cdot10^9$	199.03	195.71	10007
41	96.8	278	$7.01\cdot10^4$	$2.665\cdot10^5$	$8.68\cdot10^{10}$	947.34	809.77	21257
42	96.8	115	$8.06\cdot10^4$	$1.102\cdot10^5$	$3.59\cdot10^{10}$	508.19	444.84	15522
43	123.4	199	$1.01\cdot10^5$	$5.333\cdot10^4$	$1.93\cdot10^{10}$	480.40	547.02	17395

*Rezultati iz 1994. [2]; Rezulati u koloni II se preporučuju; 464052>S2/S1>147925

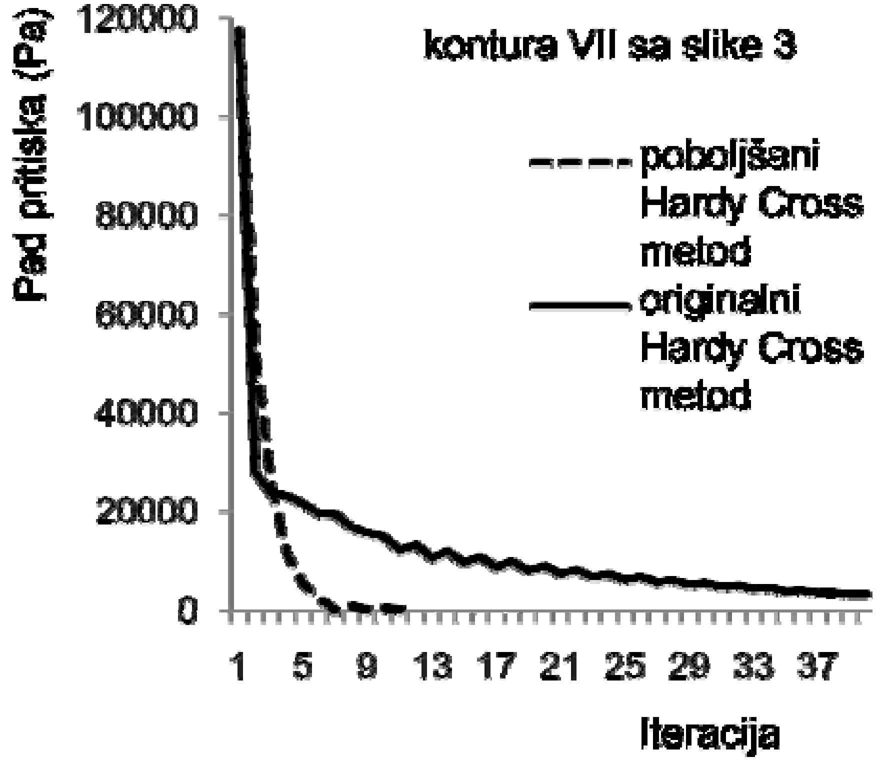
[a]posle nepoznatog broja iteracija u radu Manojlović et al., (1994) [2] (ovde posle 2 iteracije u poboljšanom metodu, i posle 146 po originalnom metodu, [b]posle 9 iteracija po poboljšanom metodu, i posle otprilike 1500 iteracija po originalnom metodu; [c]posle 12 po poboljšanom metodu, i posle otprilike 1150 iteracija po originalnom metodu (sve za pretpostavljeni prvi raspored protoka prikazan u Tabeli 2)

Tabela 2: Poređenje dobijenih rezultata (protoci)

Broj grane	[a]Protoci: (m³/h)					Brzina (m/s)
	*	[b]	I	II		II
1	1063.79	1139.40	1039.33	1035.87		7.54
2	1275.66	1200.00	1300.07	1303.53		9.49
3	885.75	810.09	910.16	913.62		8.23
4	242.41	166.74	266.81	270.27		7.93
5	1014.74	1000.00	990.44	987.06		8.89
6	992.22	1029.23	968.09	964.97		8.69
7	962.41	1038.04	937.97	934.51		8.41
8	567.08	450.00	550.77	544.21		6.20
9	535.89	418.81	519.58	513.02		5.84
10	504.70	387.62	488.39	481.83		6.77
11	454.43	300.00	439.66	434.48		6.11
12	442.73	288.30	427.96	422.78		5.94
13	23.64	64.91	22.11	21.40		3.91
14	11.21	152.30	7.15	6.85		1.96
15	-11.73	137.98	-7.08	-7.52		2.15
16	-27.41	49.40	-25.85	-25.35		4.63
17	-1.81	64.22	-0.33	0.52		0.24
18	388.10	454.13	389.58	390.43		9.07
19	25.65	116.01	25.50	25.41		4.64
20	0.88	52.62	1.04	1.29		1.92
21	1.38	40.00	1.07	0.73		1.09
22	293.95	486.66	285.83	288.91		8.48
23	270.14	500.20	260.47	262.18		6.09
24	38.58	75.92	37.02	35.65		4.11
25	151.27	100.00	153.80	147.75		5.58
26	2.49	50.00	2.95	2.69		1.27
27	398.01	576.81	390.87	386.54		6.88
28	589.62	769.56	608.44	608.08		8.55
29	521.92	749.38	541.21	540.58		7.60
30	354.05	625.99	378.08	376.63		8.75
31	144.48	100.00	139.74	140.56		5.31
32	19.79	48.21	18.14	18.02		5.14
33	77.90	5.00	74.81	75.75		8.73[c]
34	184.30	102.60	196.54	196.90		7.43
35	169.00	115.72	179.60	179.82		6.79
36	14.72	76.61	12.83	12.45		3.55
37	148.62	157.24	157.34	157.18		5.93
38	146.36	500.00	158.14	156.35		5.90
39	108.25	400.00	121.93	120.51		4.55
40	299.49	399.32	296.97	297.39		11.22
41	214.64	22.71	198.43	200.27		7.56
42	244.42	100.00	228.67	230.24		8.69
43	341.69	200.00	364.62	367.23		8.53

*Rezultati iz 1994. [2]; Rezulati u koloni II se preporučuju;

[a]videti komentare ispod tabele 1, [b]korišćen pri proračunu I i II (pretpostavljeni prvi raspored protoka u skladu sa prvim Kirhofovim zakonom), [c]brzina u cevi je iznad dozvoljene(prečnik cevi u grani 33 treba da se poveća a zatim proračun treba ponoviti za celu mrežu (jer se promena svake grane odražava na celokupnu mrežu)



Slika 4. Brzina konvergencije tokom primene iterativnog postupka (primer)

Oznake

p-pritisak (Pa)
λ-Darcy-jev koeficijent ili faktor otpora (-)
L-dužina cevi (m)
D-prečnik cevi (m)
v-brzina ($m \cdot s^{-1}$)
ρ-gustina gasa ($kg \cdot m^{-3}$)
Q-protok gasa ($m^3 \cdot s^{-1}$)
S-hidraulički otpor, otpor protoku
Re-Reynoldsov broj (-)
η-dinamička viskoznost gasa (Pa·s)
μ-kinematička viskoznost gasa ($m^2 \cdot s^{-1}$)
k-unutrašnja hrapavost cevi (m)
g-ubrzanje sile zemljine teže ($m \cdot s^{-2}$ ili $N \cdot kg^{-1}$)
T-temperatura (K)
z-faktor kompresibiliteta ili stišljivosti gasa (-)
R- gasna konstanta = 8314.41 J/(kmol·K)
Δ-korekcija protoka ($m^3 \cdot s^{-1}$)

konstante

π-Ludolfov broj (3.14159)

indeksi

2- označava kraj cevi (kad je uz p)
1-označava početak cevi (kad je uz p)
In-unutrašnji
r-relativni
0-na normalnim uslovima
i-označava broj grane ili cevi
j-označava petlju ili konturu koju zatvaraju cevi

izložioci

n-eksponent ‘pri protoku’ (u j-ni Renouarda= 1.82)
m-označava iteraciju

Ostali znaci

F-označava funkciju
∂-označava parcijalni izvod
∑-označava sumu

ZAKLJUČAK

Hardy Cross metod daje dobre rezultate kada treba proračunati gasne distributivne mreže sa prstenovima bilo da je primenjen u originalnoj ili poboljšanoj verziji. Ipak svi ulazni parametri, poput npr. koeficijenta otpora, jednačine za proračun pada pritiska u cevima, itd. moraju biti odabrani na vrlo pažljiv način. Danas se distributivne gasovodne mreže sa prstenovima proračunavaju najčešće prema Renouardovoj jednačini koji najbolje opisuje protok gasa kroz polietilenske cevi. Tipičan režim protoka u ovakvim cevovodima je delimično turbulentan, a cevi su glatke. Usvojanje neadekvatnog koeficijenta otpora ili jednačine može prouzrokovati značajne greške, koje u našem slučaju, kada se posmatraju proračunati padovi pritisaka mogu biti reda veličine 20 do 130 puta (a u cevi 17gde je laminarno strujanje i do 1000 puta).

Kao što je rečeno, polietilenske cevi, kao i bakarne, su pretežno glatke, tako da je delimični turbulentni režim najverovatniji, dok čelične cevi mogu biti hrapave, te je moguć i potpuni turbulentni režim [37] gde se mora pored Reynolds-ovog broja uzeti u obzir i vrednost relativne hrapavosti (u našem slučaju [2] min e/D=0.000032, max e/D=0.000455, dok je najmanja raspoloživa vrednost sa slike 1 e/D=1/500=0.002; daleko veća tako da se cevi u proračunu mogu uzeti kao glatke).

U suštini, za pravilno rešenje problema izloženog u radu moraju biti zadovoljena sledeća tri uslova (na N^{o} 3 je zasnovana glavna diskusija u ovom radu):

1. Stalnost protoka; sva količina gasa koja uđe u čvor mora iz njega i da izađe. Ovo je uslov po prvom Kirhofovom zakonu koji mora biti ispunjen za svaki čvor u svakoj iteraciji.

2. Algebarski zbir padova pritisaka po cevi za svaku zatvorenu konturu mora biti jednak nuli na kraju proračuna; uslov po drugom Kirhofovom zakonu. U ranijim iteracijama važi uslov da algebarski zbir padova pritisaka po bilo kojoj zatvorenoj konturi koju formiraju cevi mreže mora biti isti ako se algebarsko sabiranje padova pritisaka počne iz jedne tačke i bilo kojim putem vrati u tu istu tačku; zakon održanja energije.

3. Protoci i padovi pritisaka u mreži moraju se dati adekvatnim jednačinama kojima se najbolje opisuje stanje u cevovodu u datim okolnostima.

LITERATURA

/1/ Smidt, R. (2002), *Review of modelling software for piped distribution networks*, Scat Foundation, St. Gallen. http://www.skat.ch/

/2/ Manojlović, V., Arsenović M. and Pajović, V. (1994), “Optimized design of a gas-distribution pipeline network,” Appl. Energ., 48 (33) 217-224.

/3/ Darcy, H. (1857), *Recherches Experimentales Relatives au Mouvement de L' Eau dans les Tuyaux*, Mallet-Bachelier, Paris.

/4/ Shifrinson, B.L. (1937), “New Method for District Water System Optimization (English translation available from the Library of Congress, Washington D.C),” Heat and Power, 2, 4-9.

/5/ Renouard, MP. (1952), “Nouvelles règles à calcul pour la détermination des pertes de charge dans les conduites de gaz, “ Journal des Usines à Gaz, 10, 337-339.

/6/ Renouard, P. (1962), “Méthode de calcul concernant l'écoulement du gaz en conduits,” Travaux, 329, 179-182.

/7/ Samani, H.M.V., Naeeni, S.T. (1996), “Optimization of water distribution networks,” Journal of Hydraulic Research., 34 (5), 623-632.

/8/ Sorbu, I., Borza, I. (1997), “Optimal design of water distribution networks,” Journal of Hydraulic Research., 35 (1), 63-79.

/9/ Kim, S. (2007), “Impedance matrix method for transient analysis of complicated pipe networks,” Journal of Hydraulic Research., 45 (6), 818-828.

/10/ Brkić, D. (2005), “Projektovanje posebne klase gasnih distributivnih mreža“; Časopis Istraživanja i projektovanja za privredu, 9/2005 str. 49-56, Beograd.

/11/ Brkić, D. (2005), “Kriterijumi za prekid iterativnog postupka pri proračunu gasne distributivne mreže sa prstenovima, Tehnička dijagnostika, 4 (3-4), 71-75.

/12/ Brkić, D. (2006), *Prirodni gas kao gorivo za grejanje,* Zadužbina Andrejević, Beograd.

/13/ Brkić, D., Đajić, N. (2005), “Povećanje tačnosti pri proračunu gasne distributivne mreže Hardi-Kros metodom“, konferencija XXXII Sym-op-is, 187-190.

/14/ Cross, H. (1936), “Analysis of flow in networks of conduits or conductors,” Engineering Experimental Station., 286, 3-29.

/15/ Epp, R., Fowler, A.G. (1970), “Efficient code for steady flows in networks,” Journal of the Hydraulic Division ASCE., 96 (17) 43-56.

/16/ Brkić, D., Tanasković, T. (2008), Unapređenje metode kontura prilagođene za proračun gasnih distributivnih mreža, konferencija XXXV Sym-op-is, 97-100.

/17/ Brkić, D. (2008), *Nonlinearprogramming offers way to optimize looped pipeline network analysis – one improved method*, konferencija “Nonlinear systems and optimization techniques”, u organizaciji CANU, od 06.-10. Oct. 2008, Budva, Montenegro /u štampi/.

/18/ Brkić, D., “An Improvement of Hardy Cross Method Applied on Looped Spatial Natural Gas Distribution Networks,“ Appl. Energ., 10.1016/j.apenergy.2008.10.005 /u štampi/.

/19/ Reynolds, O. (1883), “An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous and of the law of resistance in parallel channels,” Philos. T. R. Soc. A., 174, 935-982.

/20/ Blasius, H., (1908) “Grenzschichten in Flüssigkeiten mit kleiner Reibung (The boundary layers in fluids with little friction, English translation in Technical Memorandum 1256; NACA, Washington 1950),” Z. Angew. Math. Phys., 56, 1-37.

/21/ Roberson, J.A., Crowe C.T., (1985), *Engineering fluid mechanics*, Houghton Mifflin Company, Boston.

/22/ Nikuradse, J. (1933), *Strömungsgezetze in rauchen Rohren* (Laws of fluid in rough pipes, English translation in Technical Memorandum 1292; NACA, Washington 1950), Verlag, Berlin.

/23/ Moody, L.F., (1944), “Friction factors for pipe flow,” J. Appl. Mech.-T. ASME., 66 (8) 671-684.

/24/ Moody, L.F., (1947), “An approximate formula for pipe friction factors,” J. Appl. Mech.-T. ASME., 69 (12) 1005–1006.

/25/ Colebrook, C.F. (1939), “Turbulent flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws,” J. Inst. Civil Engr., 11, 133-156.

/26/ Colebrook, C.F., White, C.M. (1937), “Experiments with fluid friction in roughened pipes,” P. Roy. Soc. A.-Math. Phy., 161, 367-381.

/27/ Altshul, A.D. (1982), *Гидравлицескије сопротивљеније*, Nedra, Moscow.

/28/ Nekrasov, B. (1969), *Hydraulics for aeronautical engineers*, Mir publishers, Moscow.

/29/ Obrović, B., Šašić, M., (1990), *Hidraulika*, Naučna knjiga, Beograd.

/30/ Swamee, P.K., Jain, A.K. (1976), “Explicit equations for pipe-flow problems,” ASCE J Hydraul Div., 102 (5) 657–664.

/31/ Chen, N.H. (1979), “An explicit equation for friction factor in pipe,” Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals., 18 (3), 296-297.

/32/ Round, G.F. (1980), “An explicit approximation for the friction-factor Reynolds number relation for rough and smooth pipes,” Can. J. Chem. Eng., 58 (1) 122-123.

/33/ Romeo, E., Royo, C., Monzón, A. (2002), “Improved explicit equations for estimation of the friction factor in rough and smooth pipes,” Chemical Engineering Journal., 86 (3) 369-374.

/34/ Churchil, S.W. (1977), “Friction factor equation spans all fluid flow regimes,” Chem. Eng. Prog., 84 (24), 91–92.

/35/ Coelho, P.M., Pinho, C. (2007), “Considerations about equations for steady state flow in natural gas pipelines,” J. of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering., 29 (3), 262-273.

/36/ Bernuth, von R.D., Wilson, T. (1989), “Friction factors for small diameter plastic pipes,” J. Hydraul. Eng. ASCE., 115 (2) 183–192.

/37/ Langelandsvik, L.I., Kunkel, G.J., Smits, A.J. (2008), “Flow in a commercial steel pipe,” Journal of Fluid Mechanics., 595 (25), 323-339.

/38/ Prstojević, B., Đajić, N., Vuletić. V. (2005), *Distribucija prirodnog gasa*, Rudarsko geološki fakulet, Beograd.